

教師專業交流月

中二數學科課堂學習研究： 『聯繫兩個有公項的二項比』

香港仔浸信會呂明才書院
香港教育學院 - 院校協作與課堂學習研究中心

2007年3月17日

1

優化課堂學習研究計劃

中二級 數學科

率和比

2006年9月至12月

2

成員

- 學校成員：
 - 教授研究課老師：楊英偉老師、梅思勁老師、黎顧秀珠老師
 - 其他成員：張永福校長、朱兆良老師(數學科科主任)、潘樹崧老師、布維明老師、尹葉玉嬋老師
- 香港教育學院成員：吳本韓博士、李華昌先生
- 教統局學校發展主任：鍾少儀女士、屈婉池女士、陳兆雄先生、戴家慧女士

3

課堂學習研究的理論架構

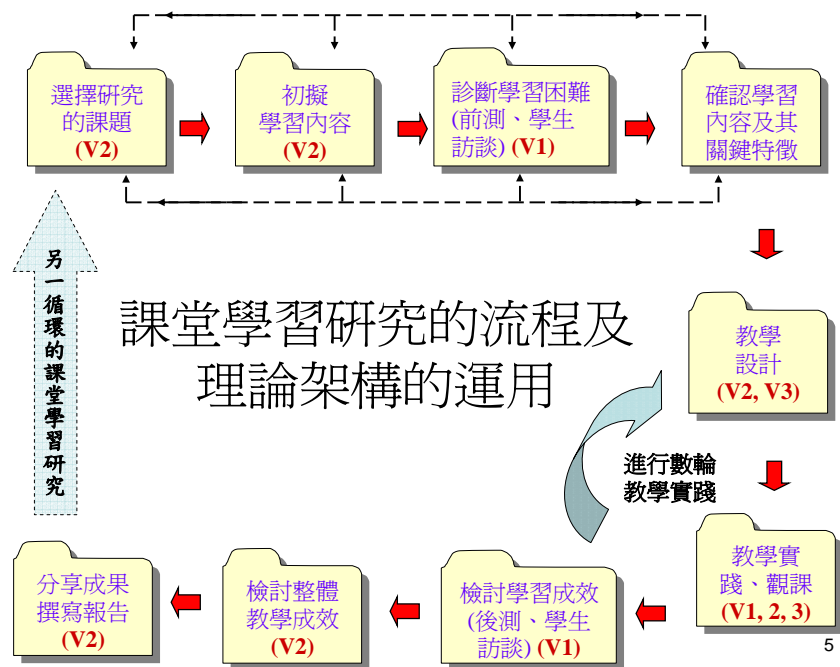
強調三個不同層面的「變易 (Variation)」

V1: 學生對所學事物的不同見解

V2: 教師對何謂適切學習內容的不同見解及處理方式

V3: 利用「變易圖式」作為指導教學設計的工具

4



研究課 ≠ 模範課

此乃研究員與老師的研究及教學成果

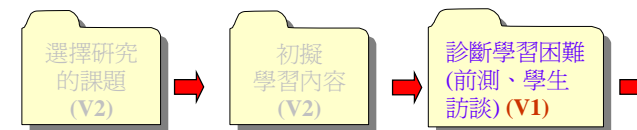
雖非完美但可作為教學的分享與討論

選擇研究的課題 (V2)

- 課題是否值得研究？
- 期望學生在這課題學到什麼？

V2: 教師對何謂適切學習內容的不同見解及處理方式

- 單位轉化出現困難。
- 分數的“分”及在比的“份”產生混淆。
- 處理分數與整數比或分數與分數比容易出錯。
- 已知 $a : b$ ，在求 $1/a : 1/b$ 時出現困難。
- 學生在給予二項比求三項比時經常會計錯。
- 處理部分與部分和部分與整體之間的關係時感到疑惑。



V1: 學生對所學事物的不同見解

- 學生的已有知識是什麼？
- 學生的學習難點是什麼？

進行先導測試：

對象：

中三學生五人及中二學生二人，
程度均屬中等。

先導測試結果分析(1)：

1. 某男孩用了80秒跑完了400米的路程，列式並計算下列各題：
 - (a) 他平均每秒鐘跑了多少米？
 - (b) 他每跑一米平均要用多少時間？
 - (c) 求該男孩以同樣速率跑完300米路程所需的時間。

- 中二兩位同學表現較不理想；
- 中三學生平均表現尚好，學生對率及其運用的問題並不大。

9

先導測試結果分析(2)：

2. 判別下列A和B所描述的量可否比較他們的大小，請在適當的空格內以“✓”。

A	B	可	不可
100 g 的蘋果汁	20 cm ³ 的蘋果汁		
40 L 無鉛汽油	30 L 柴油		
5 件蛋糕	3 杯橙汁		
一部電話重2 kg	一部釘書機重30 g		
用IDD ABC致電往廣州每分鐘收費3元	用IDD XYZ致電往廣州每分鐘收費8角		
一瓶大裝汽水的容積是2L	一罐!汽水的容積是355 mL		

- 從學生的表現可見學生瞭解量要比較大小時，兩個量的單位必須相同。故此這部分學生問題不大。

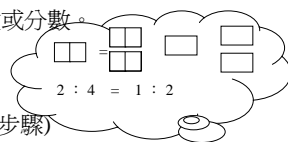
10

先導測試結果分析(3)：

3. 試將下列各題寫成1:n的形式。其中n可以是一整數或分數。

(a) 3 : 15

(b) 24 : 16



4. 將下列各題化成最簡單整數比：(請簡單列出你的計算步驟)

(a) 9 : 24

(b) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

(c) 2小時 : 15分鐘

- 在3(b)中，只有一名中三學生答對，兩名中三及一名中二學生只把該比約簡，不懂得用1:n形式表示。
- 所有學生在第4題的表現不俗。

11

先導測試結果分析(4)：

6. 若a:b=3:5, a:c=5:3, 回答下列各題(請簡單列出你的計算步驟)：

(a) 求a:b:c;

(b) 求c:b:a。

- 中二的兩位同學從沒有接觸過第六題這類問題，所以不懂得處理。

12

先導測試結果分析(5)：

- 有四位中三同學在第六題犯了同一錯誤：

$$\begin{array}{l} \text{若 } a:b=3:5, a:c=5:3 \\ \text{求 } a:b:c: \\ a:b=3:5 \\ a:c=5:3 \\ \hline a:b:c=15:25:15 \end{array}$$

- 他們誤用了處理聯繫 $a:b$ 和 $b:c$ 的方法去聯繫 $a:b$ 和 $a:c$ 。這顯示了他們可能只是記憶方法，而不明白所用方法的意義。
- 學生在處理 $a:b:c$ 轉成 $c:b:a$ 時，他們不理解只是項的位置轉移，對各項的倍數比沒有影響。

13

先導測試結果分析(6)：

5. 桌上有波子20粒，分給小明和小強兩人，其中每2粒波子是放在一個小袋子裏。
 - (a) 桌上共有少個小袋子？
 - (b) 小明和小強分別取了8粒和12粒波子，問他們各取了多少個小袋子？
 - (c) 如果每4個小袋子可換取10元，按比例計算，他們各人可換多少錢？
7. 若A、B二人以3:5的資本額合資做生意，一年後以資本的比分紅利，結果A分得\$27,000，求B分得紅利多少元。

- 中二的學生表現較佳，不過他們是以基本的除法去處理。
- 中三其中一位學生較弱，其餘學生多用歸一的方法處理，但可能對比的概念並不清晰，反而影響表現。

14

先導學生訪談的主要結果

訪談問題主要目的：

(一) 找出學生對“比”所包含意義的觀點。

學生知道 $a:b$ 可寫成 a/b ，但對 $a:b = a \div b$ 則不能肯定，這是我們一般在教學上為求學生在“比”的混算和約簡上方便，多將二項比寫成分數，但沒有指出他們的異同。到了學習三項比時，不能將比式化成分數，在學習上便出了困難。

(二) 找出學生連繫兩“二項比”成“三項比”的難點。

學生不清楚“三項比”中各項間的關係

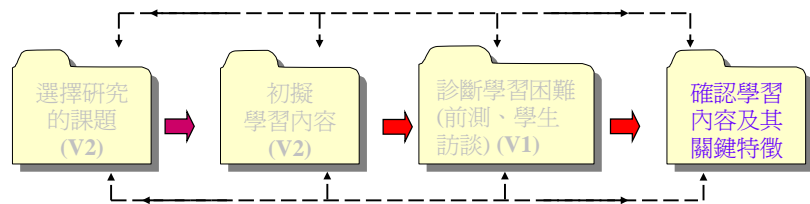
- 給予 $a:b$ 和 $b:c$ ，求 $a:b:c$ 。(✓)
- 給予 $a:b$ 和 $a:c$ ，求 $a:b:c$ 。(✗)
- 學生在學習這部份時是以強記方法為主。

15

先導測試及訪談結果總結：

- 學生似乎只是強記課本中所教的運算格式，對比的概念似乎掌握不理想。
- 部份學生在三項比 $a:b:c$ 中不能看出其中有三個關係，即 $a:b$ ， $a:c$ 及 $b:c$ 。
 - 原因可能是為方便找出答案下，老師教授二項比時是以分數作橋樑，故此學生可能認為比等同分數，但在三項比中卻沒有這種簡單分數關係。
 - 在教學時先將比與分數脫鉤，先強調比的意義，然後引入放大和縮小的概念。

16



確認的學習內容：

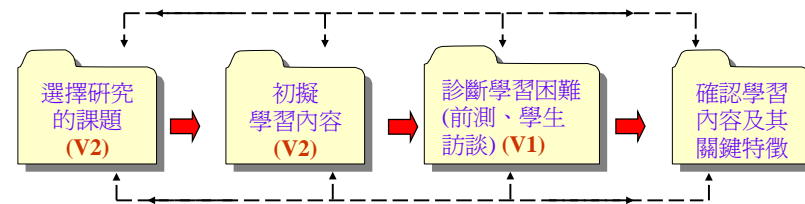
如何聯繫兩個有公項的二項比。

關鍵特徵：

CF1：辨認兩個二項比中的公項。

CF2：運用公項聯繫兩個二項比。

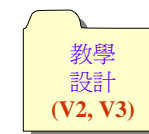
CF3：聯繫成的三項比中各項之間的比維持不變。



• 這一課應如何施教？

V2: 教師對何謂適切學習內容的不同見解及處理方式

V3: 利用「變易圖式」作為指導教學設計的工具



教學設計及流程 (1)

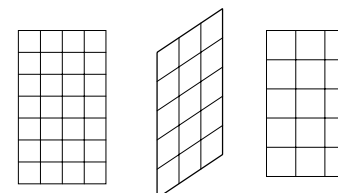
教節： 2 (約 50 分鐘)

- (1) 溫習：
運用例題溫習比的擴大和約簡。
- (2) 活動一：繪圖(每四人一組)
 - (a) 如何在一部16：9的電視機熒幕上播放畫面是4：3的電視節目。若要影像不變形，畫面會作怎樣的調整？
步驟：方格紙上預先畫上一個濶：高 = 16：9的長方形，由學生分組討論如何在其內其內繪出一個濶：高 = 4：3的高方形，而這個長方形要覆蓋16：9長方形的最大面積。
 - (b) 如何在一部4：3的電視機熒幕上播放畫面是16：9的電視節目。若要影像不變形，畫面會作怎樣的調整？
步驟：方格紙上預先畫上一個濶：高 = 4：3的長方形，由學生分組討論如何在其內其內繪出一個濶：高 = 16：9的高方形，而這個長方形要覆蓋16：9長方形的最大面積。

教學設計及流程 (2)

- (3) 活動二：剪紙(每四人一組)
步驟：
已知房間的長：高 = 3：4，濶：高 = 5：8。用給予的方格紙*及膠紙組一個只有四面牆壁的房间模型。
老師請學生解釋他們的設計方法及如何找出長、濶和高的比。
- (4) 課堂練習：聯繫二項比成三項比。

* 方格紙：



教學設計及變易圖式的運用

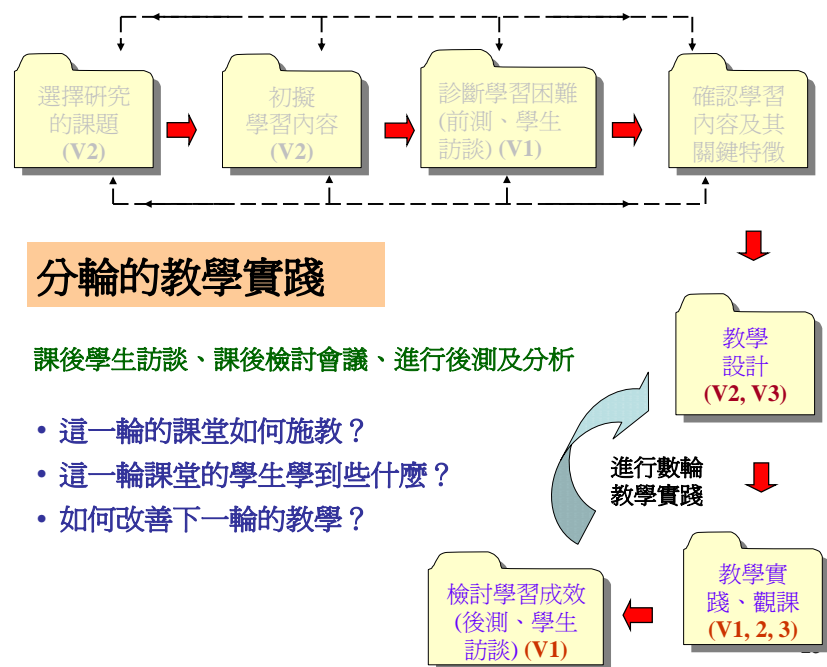
教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
溫習： 運用例題溫習比的擴大和約簡。	前置知識： 比的擴大和約簡。	各比中的數值。	各比的比值。
活動一： (a) 運用方格紙模擬在一部16比9電視機熒幕上播放畫面是 4 : 3 的電視節目。 (b) 運用方格紙模擬在一部4比3電視機熒幕上播放畫面是 16 : 3 的電視節目。	1. 審辨兩個二項比中的公項。(CF1) 2. 運用公項聯繫兩個二項比。(CF2)	所播放影像畫面的闊度與高度。	1. 代表電視機熒幕大小的格數。 2. 所播放影像畫面的闊度與高度的比。

21

教學設計及變易圖式的運用

教學環節	審辨的關鍵特徵	變	不變
活動二： 運用方格紙製作已知長：高和闊：高的房間的四面牆壁模型。	1. 辨認兩個二項比中的公項。(CF1) 2. 運用公項聯繫兩個二項比。(CF2) 3. 聯繫成的三項比中各項之間的比維持不變。(CF3)	作品的大小，原因： 1. 製作模型所用的方格紙中的方格大小。 2. 用作代表牆壁的長、闊、高的方格數目。	1. 房間的長：高=3 : 4 高：闊=8 : 5

22



每輪教學間的改變

教學環節	第一輪教學	第二輪教學	第三輪教學
溫習：	運用例題溫習比的擴大和約簡。	沒有改動	沒有改動
活動一：	只運用活動一(a) 運用方格紙模擬在一部16比9電視機熒幕上播放畫面是 4 : 3 的電視節目。	增加了活動一(b)： 運用方格紙模擬在一部4比3電視機熒幕上播放畫面是 16 : 9 的電視節目。	與第一輪教學相同

24

每輪教學間的改變

教學環節	第一輪教學	第二輪教學	第三輪教學
活動二：	運用方格紙製作已知長：高 = 3 : 4 及高：濶 = 8 : 5 的房間的四面牆壁模型。並求房間的長：高：濶。	活動內容不變，給予長：高 = 3 : 4 及濶：高 = 5 : 8；求房間的長：濶：高。	要求每組學生多製作一個不同大小但比相同的模型，所求的比與第二輪教學相同。
活動三：	課堂練習 — 聯繫兩個二項比成三項比。	沒有改動	運用活動二房間的長：濶：高引入，並討論三項比的擴大。

25

前、後測設計

- (1) 基於學生須有上一教節的前置知識，所以前測是在上一教節之後進行；
- (2) 前、後測的設計基本相同，祇在數字上略作修改；
- (3) 大部分題目有交叉量度的效能；
- (4) 部分題目可同時量度不同的關鍵特徵。

26

前，後測設計

1. 一個箱子，長、濶和高分別 a 、 b 和 c 。若 $a : b = 2 : 3$ 及 $b : c = 3 : 5$ ，
 - (a) 求下列各項，
 - (i) $a : b : c$ ，(CF 1 & CF 2)
 - (ii) $a : c$ ，(CF 3)
 - (iii) $c : a$ ，(CF 3)
 - (b) 若該箱子的長度是 10 cm，求濶 (知識轉移) 和高 (知識轉移)。

題 (a) 是測試學生對學習內容有否基本的能力，但學生有可能是憑直觀答對的。

題 (b) 是測試學生的應用能力，屬知識轉移。

27

前，後測設計

2. 若 $a : c = 1 : 4$ 及 $b : c = 5 : 6$ ，
 - (a) 求 $a : b : c$ ，(CF 1, CF 2 & CF 3)
 - (b) 若 $c : d = 1 : 2$ ，利用(a)的結果，求 $a : b : c : d$ 。(知識轉移)

題 (a) 有四個測試點，測試學生是否懂得

- (1) 以 c 為公項；(CF 1)
- (2) 將公項化成相同；(CF 2)
- (3) 將三項比中的 a 化成適合原來二項比；(CF 3)
- (4) 將三項比中的 b 化成適合原來二項比；(CF 3)

題 (b) 是知識轉移。

28

前，後測設計

3. 若 $a : b : c = 3 : 5 : 7$ 及 $b : c : d = 6 : 9 : 11$ ，則 $a : d = ?$

(請圈出正確的答案)

- A. $3 : 11$ 。 B. $5 : 11$ 。
C. $27 : 77$ 。 D. 沒有答案。(知識轉移)

本題是測試 CF 1 及 CF 2 知識轉移，目的是考核學生能否觀察得題中所給予的兩個是不相關系統，由於是一題選擇題，而且答案是 D，學生選擇這答案會有以下可能：

- (1) 能否觀察得題中所給予的是兩個不相關系統；
- (2) 隨機選擇；
- (3) 不瞭解題目；
- (4)

29

前，後測設計

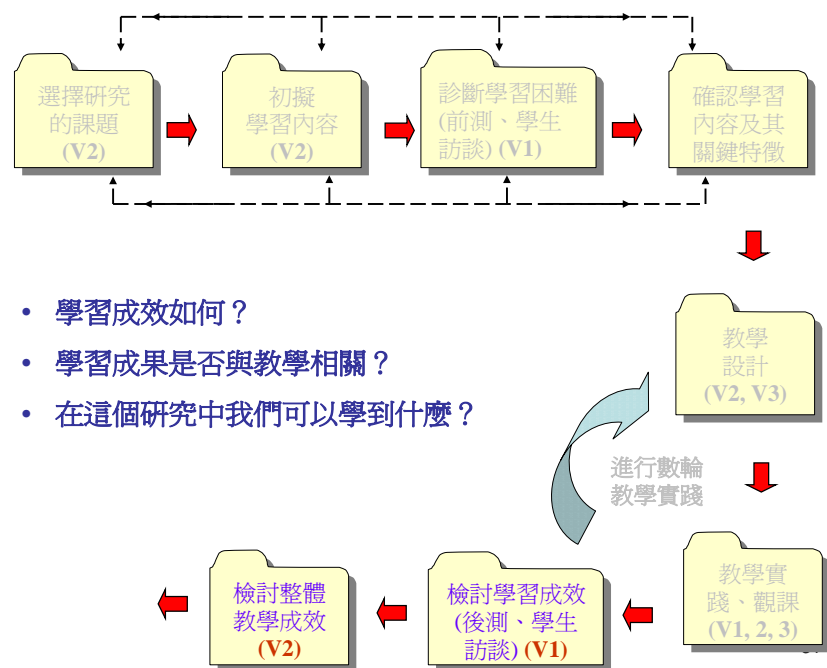
4. 在某次學校旅行中，中一與中二學生人數的比是 $3 : 2$ ，中二與中三學生人數比也都是 $3 : 2$ 。

- (a) 試求各級參與該次旅行的人數比(即 中一：中二：中三)
(CF 1, CF 2 & CF3)
- (b) 若參加該次旅行的中一學生有 180 人，求參與該次旅行的中三人數。
(知識轉移)

題 (a) 有四個測試點，測試學生是否懂得

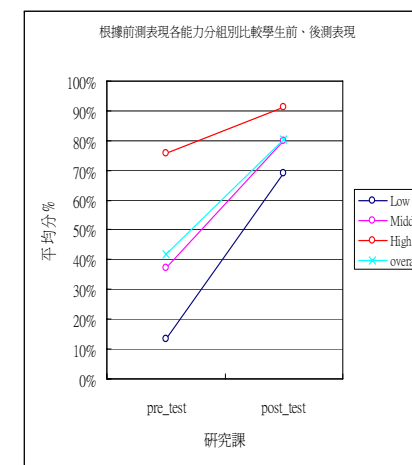
- (1) 以中二學生人數比為公項；(CF 1)
 - (2) 將公項化成相同；(CF 2)
 - (3) 將三項比中的 中一學生人數比化成適合原來二項比；(CF 3)
 - (4) 將三項比中的 中三學生人數比化成適合原來二項比；(CF 3)
- 題 (b) 是測試學生應用能力，屬知識轉移。

30



前、後測結果比較分析 整體表現 – 按學生前測表現分組

前測表現分組	分數範圍 (滿分=100%)	學生人數	前測平均分	後測平均分	效果
	%		%	%	%
高	55.01-96	27	75.84	91.36	+15.52
中	20.01-55	40	37.14	80.12	+42.98
低	0-20	26	13.37	68.86	+55.49
合共	0-100	93	41.37	80.24	+38.50



反思及感想

對教學活動安排上的反思

- 整個課堂設計上都能反影出教學的重點。
- 第一個活動中可以加強公共項的觀念，首先問及學生兩個不同電視機影像長度的比，然後令學生透過思考從中可較易掌握公共項的選取及運用。時間足夠時可以完成第一個活動的第二部份，若學生第一部份已能掌握也可無須進行。
- 第二個活動需要學生考慮房間牆壁的長、闊和高的比，本活動除了可令學生實踐運用公共項的觀念把兩個二項比聯成一個三項比外，還可以訓練學生去解難和應用，例如：學生需要考慮所組成的模形是否合理，是否與題設的條件吻合等。
- 活動二中也應強調了計算兩個二項比聯成一個三項比時，為方便觀察，我們可把公項相對，就如活動中兩高相對一般，使我們引入第三個活動時學生較易掌握。
- 第三個活動若可以加入一些應用題或學習轉移的題目，相信更能讓學生了解公共項的作用及加強學生力記憶。

33

反思及感想

對學生學習上的反思

- 整個課堂節奏十分緊湊活動也有趣味，學生學習專注。
- 由於活動能針對關鍵的學習內容，學生較易掌握，成效也良好。
- 活動步驟簡單，容易掌握，大多數學生都能成功完成，增強學生的滿足感。
- 學生對活動印象深刻，了解透澈，增強學生對學習內容的理解。
- 活動是針對找到的學習難點而構思出來的。(先導測試、訪談、分析課本內容)

34

反思及感想

- 「以公項(common term)來聯繫兩有關聯的系統」是一個很普遍的方法。在課後訪談中，我們嘗試研究學生能否將這方法用於其他範疇。
- 將來教授這課題時，可嘗試在課堂完畢前多加一個討論環節，令學生明白所教授的概念是可應用到其他範疇，相信必可擴闊學生的視野，進而訓練學生可用不同角度看事物的能力。

35

反思及感想

對老師專業發展方面的反思

- 通過課堂學習研究，讓我們學會了如何運用一個行動研究，探討教學的成效。
- 我們覺得同科同級老師就學習難點的同儕備課是一種難得的經驗。
- 在研究中，我們可吸取不同老師的在教學上優點，亦可了解本身教學上可改進的地方，可增加各老師教學上的進步空間。
- 對課堂中的學習內容有更透徹的理解，對個人在科目上的學養也有所得益。
- 能使整個課堂的教學更易掌握、更流暢及更有信心教學。
- 在完成每一個教學循環後都舉行跟進會議，讓我可以更有效地了解課堂教學、學習內容及學生學習情況的係，從而作出改善，對日後教學有莫大的幫助。

36

